

Задания

Задание 7 № 3203

Груз, подвешенный к пружине с коэффициентом жесткости k совершает колебания с периодом T и амплитудой x_0 . Что произойдет с периодом колебаний, максимальной потенциальной энергией пружины и частотой колебаний, если пружину заменить на другую с меньшим коэффициентом жесткости, а амплитуду колебаний оставить прежней?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

- 1) увеличилась
- 2) уменьшилась
- 3) не изменилась
- 4) может измениться любым из выше указанных способов

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины. Цифры в ответе могут повторяться.

Период колебаний	Максимальная потенциальная энергия пружины	Частота колебаний

Решение.

Период колебаний связан с массой груза m и жесткостью пружины соотношением $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. При уменьшении жесткости пружины период колебаний увеличится. Частота обратно пропорциональна периоду, значит, частота уменьшится.

С максимальной потенциальной энергией пружины всё немного сложнее. Когда к вертикальной пружине подвешивают груз, она сразу немного растягивается, чтобы уравновесить силу тяжести, действующую на груз. Определим это начальное растяжение: $mg = kX_0 \Leftrightarrow X_0 = \frac{mg}{k}$. Именно это состояние является положением равновесия для вертикального пружинного маятника, колебания происходят вокруг него, груз поднимается и опускается из этого положения на величину амплитуды. При движении вниз из положения равновесия пружина продолжает растягиваться, а значит, потенциальная энергия пружины продолжает увеличиваться. При движении вверх из положения равновесия сперва деформация пружины уменьшается, а если $x_0 > X_0$, то пружины начнёт сжиматься. Максимальной потенциальной энергии пружины соответствует состояние, когда она максимально растянута, а значит, в нашем случае, это положение, когда груз опустился максимально вниз. Таким образом, максимальная потенциальная энергия пружины равна

$$E = \frac{k(\Delta x_{\text{макс}})^2}{2} = \frac{k(X_0 + x_0)^2}{2} = \frac{k(mg/k + x_0)^2}{2}.$$

Рассмотрим функцию $E(k) = \frac{(mg + kx_0)^2}{2k}$ при $k > 0$. Она имеет один минимум в точке $k_0 = \frac{mg}{x_0}$. Значит, если при замене пружин выполняется соотношение $k_0 \leq k_2 < k_1$, то потенциальная энергия пружины уменьшится; если $k_2 < k_1 \leq k_0$ — увеличится; в случае $k_2 < k_0 < k_1$ потенциальная энергия пружины может увеличиться, уменьшиться и даже остаться той же самой.

Ответ: 142.