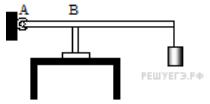
Задания

Задание 30 № 2975

В цилиндр объёмом 0,5 м^3 насосом закачивается воздух со скоростью 0,002 кг/с. В верхнем торце цилиндра есть отверстие, закрытое предохранительным клапаном. Клапан удерживается в закрытом состоянии стержнем, который может свободно поворачиваться вокруг оси в точке A (см. рисунок).



К свободному концу стержня длиной 0,5 м подвешен груз массой 2 кг. Клапан открывается через 580 с работы насоса, если в начальный момент времени давление воздуха в цилиндре было равно атмосферному. Площадь закрытого клапаном отверстия $5 \cdot 10^{-4}$ м^2. Температура воздуха в цилиндре и снаружи не меняется и равна 300 К. Определите длину AB.

Решение.

Клапан откроется, когда избыточная сила F давления воздуха на клапан изнутри цилиндра сравняется с силой давления стержня на этот клапан. Если превышение давления воздуха в цилиндре над атмосферным Δp, а площадь клапана s, то

$$F = s \cdot \Delta p.$$

Сила действия стержня на клапан равна $mg \cdot \dfrac{L}{l}$, где m, L и l соответственно масса груза, длина стержня и длина его участка AB. Итак, должно выполняться условие

$$s \cdot \Delta p \geq mg \cdot \frac{L}{l}.$$

Дополнительное давление воздуха определяется увеличением массы $\Delta m_{\text{в}}$ воздуха в цилиндре. Согласно уравнению Клапейрона — Менделеева,

$$\Delta p = \frac{\Delta m_{\text{в}}}{MV} RT,$$

где M — молярная масса воздуха. Поэтому условие открытия клапана имеет вид:

$$\frac{s\Delta m_{\text{в}}}{MV} RT \geq mg \cdot \frac{L}{l}, \text{ или } l \geq \frac{mgMVL}{sRT\Delta m_{\text{в}}}.$$

Если насос закачивает каждую секунду ω кг воздуха, то за время t он закачает в цилиндр массу $\Delta m_{\text{в}} = \omega t$. Следовательно, клапан откроется в момент, когда выполнится равенство

$$l = \frac{mgMVL}{sRT\omega t}.$$

Ответ: $l \approx 0{,}1$ м.